

工艺参数随机扰动下的传输线建模与分析新方法

张 瑛¹, Janet M Wang², 肖 亮¹, 吴慧中¹

(1. 南京理工大学计算机科学与技术系, 江苏南京 210094; 2. 亚利桑那大学电子工程系, 美国亚里桑那州 AZ8742)

摘 要: 本文考虑集成电路制造过程中传输线制造工艺参数随机扰动对传输线传输性能的影响, 建立了传输线的随机模型. 结合精细积分算法与蒙特卡洛方法分析了该传输线随机模型的瞬态响应, 通过对模型输出的正态性进行偏度-峰度检验给出了最差情况估计. 对于正弦激励情况推导了无耗传输线相应随机微分方程解的一阶矩的解析形式, 给出了二阶矩的数值计算方法, 最后估计出输出信号振幅与相移的上下界. 实验结果表明本文提出的传输线随机模型及其分析方法可以对传输线的性能进行有效的评估.

关键词: 传输线; 电报方程; 随机建模; 随机微分方程; 蒙特卡洛法

中图分类号: TN47 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2005) 11-1959-06

A New Stochastic Modeling and Analysis Method for Transmission Lines in the Presence of Random Process Variations

ZHANG Ying¹, Janet M. Wang², XIAO Liang¹, WU Huir zhong¹

(1. Department of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China;

2. Department of Electrical and Computer Engineering, College of Engineering and Mines, the University of Arizona, Arizona AZ8742, USA)

Abstract: The random variations of technological parameters are always existent during manufacturing, which have a definite impact on transmission performance of transmission lines. Considering the impact, the stochastic model for transmission lines is proposed, and the precise integration algorithm is combined with Monte Carlo method to analyze the transient response of the stochastic model. Jarque-Bera test is made for the normality of the model's output and the worst case estimation is given. In the case of sinusoidal excitation, lossless transmission lines are considered. The analytic form of first moment of the corresponding stochastic differential equation's solution is derived, and the numerical computation method for second moment is given, finally the upper and lower bound of the output signal's amplitude and phase shift is estimated. Experimental results demonstrate that the proposed stochastic model and the statistical analysis method can evaluate the transmission performance of transmission lines effectively.

Key words: transmission line; telegrapher's equation; stochastic modeling; stochastic difference equation; Monte Carlo Method

1 引言

近年来随着大规模集成电路迅速向高速度与大规模方向进展, 作为连接装置的传输线在集成电路研究中正在扮演着越来越重要的角色. 传输线寄生耦合效应的存在使得电路系统性能更加难于预测, 传输线效应(反射、散射、串扰)可能导致整体电路设计的失败. 在实际电工技术中, 当我们分析在高频、超高频下工作的传输线时, 这些线路长度远大于波长, 此时应采用分布参数电路理论对传输线的工作情况进行分析.

采用分布参数电路理论分析传输线性能可以分为两步: 首先进行传输线分布参数的提取, 然后将分布参数代入电报方程进行传输线传输性能的分析. 鉴于目前传输线结构的复

杂性, 其分布参数的解析解一般很难得到, 通常采用数值方法进行参数提取. 常用的数值方法包括有限差分法, 有限元法, 边界元法等等, 目前有不少文章对参数提取方法进行了改进, 并提出了很多新方法, 使得传输线分布参数的提取更加快速准确. 目前一般认为传输线的分布参数沿线均匀分布(即均匀传输线)或者是对长度坐标变量满足一定的函数关系(即非均匀传输线), 因此将分布参数代入到传输线电报方程, 求解后即可得到传输线各处的状态物理量.

随着半导体制造工艺和技术的提高, 器件尺寸的持续减小, 而刻蚀、注入等工艺步骤的扰动并没有相应的减小, 因而集成电路特性对工艺扰动的灵敏度在增加^[1]. 同样的问题也

存在于传输线的制造过程中, 电路设计者需要知道制造工艺参数产生的扰动对传输线传输性能的影响, 因此有必要对传输线的传输性能进行估计与预测^[2,3].

针对上述问题, 本文考虑工艺参数的随机扰动对传输线分布参数的影响, 将传输线沿线的分布参数看作一个随机过程, 建立了传输线的随机模型, 通过蒙特卡洛法对随机模型输出进行瞬态响应的数值仿真与分析. 对于正弦激励情况推导了无耗传输线相应随机微分方程的解的一阶矩解析形式, 给出了二阶矩的数值计算方法, 最后估计出输出信号振幅与相移的上下界.

2 传输线随机模型的提出

目前随着集成电路集成度的不断提高, 集成电路中传输线的寄生耦合效应已不能被忽略, 从而形成分布参数电路. 设传输线的电容、电感、电导和电阻分布参数分别为 $C(z)$, $L(z)$, $G(z)$ 和 $R(z)$, 其中 z 为传输线长度坐标, 于是有经典的时域电报方程

$$\begin{cases} -\frac{\partial u(z, t)}{\partial z} = R(z)i(z, t) + L(z)\frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \\ -\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = G(z)u(z, t) + C(z)\frac{\partial u(z, t)}{\partial t} \end{cases} \quad (1)$$

其复频域形式为:

$$\begin{cases} -\frac{\partial u(z, s)}{\partial z} = R(z)i(z, s) + sL(z)i(z, s) \\ -\frac{\partial i(z, s)}{\partial z} = G(z)u(z, s) + sC(z)u(z, s) \end{cases} \quad (2)$$

均匀传输线时 $C(z)$, $L(z)$, $G(z)$ 和 $R(z)$ 为常量.

传输线的分布参数由传输线内导体形状与尺寸以及介质的材料与分布等工艺参数决定, 在生产过程中这些工艺参数不可避免地会产生一些随机扰动, 目前所考虑的模型都将这些随机扰动所引起的分布参数的偏差忽略掉了. 但随着传输线的尺寸越来越小, 而工艺步骤的扰动并没有相应的减小, 这些偏差就有必要给予足够重视. 下面试举一例来说明该问题.

图1所示带状传输线(长度单位: mil), 用测度不变方程法(MEI)^[4]进行电容分布参数提取. 当导体截面尺寸无偏差时其电容参数为 1.61613pF/inch, 当右导体向上下左右四个方向均产生 0.05mil 的偏差时电容参数为 1.72280pF/inch, 与尺寸无偏差情况相比误差达到 6.6%, 这还尚未考虑另一个导体的尺寸以及介质因素等的随机扰动. 因此对传输线传输特性的分析有必要考虑这些工艺参数的随机扰动对传输线性能的影响.

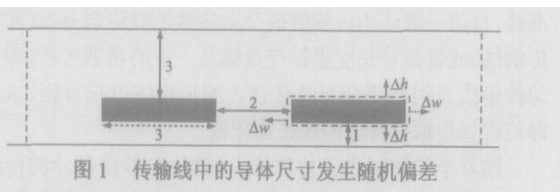


图1 传输线中的导体尺寸发生随机偏差

考虑分布参数沿传输线的扰动, 则电报方程形式变为:

$$\begin{cases} -\frac{\partial u(z, t)}{\partial z} = \tilde{R}(z)i(z, t) + \tilde{L}(z)\frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \\ -\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = \tilde{G}(z)u(z, t) + \tilde{C}(z)\frac{\partial u(z, t)}{\partial t} \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\tilde{G}(z) = G(z) + X_G(z)$, $\tilde{R}(z) = R(z) + X_R(z)$

$\tilde{C}(z) = C(z) + X_C(z)$, $\tilde{L}(z) = L(z) + X_L(z)$

这里 $R(z)$, $L(z)$, $G(z)$, $C(z)$ 为由传输线工艺参数的标称值得到的分布参数标称值, $X_R(z)$, $X_G(z)$, $X_C(z)$ 为传输线工艺步骤的扰动所导致的分布参数偏差, 是关于 z 的随机过程. 式(3)即为传输线的时域随机模型.

将式(3)转换到复频域可得到复频域随机模型:

$$\begin{cases} -\frac{\partial u(z, s)}{\partial z} = \tilde{R}(z)i(z, s) + \tilde{sL}(z)i(z, s) \\ -\frac{\partial i(z, s)}{\partial z} = \tilde{G}(z)u(z, s) + \tilde{sC}(z)u(z, s) \end{cases} \quad (4)$$

若为多传输线系统, 则模型式(3)和(4)中各随机变量相应改为向量形式即可.

通过传输线的随机模型式(3)和(4)可以对传输线的传输性能进行统计分析.

3 传输线随机模型的瞬态响应分析

蒙特卡洛(Monte Carlo)法利用随机数进行统计实验, 将所求得的统计特征值作为被研究问题的近似解. 采用蒙特卡洛法对传输线随机模型进行瞬态响应的数值仿真与分析分为四个步骤:

- (1) 产生传输线随机样本.
- (2) 每个传输线样本的瞬态响应数值求解.
- (3) 对传输线样本的瞬态响应数值结果进行统计分析.
- (4) 利用统计分析结果对传输线性能进行评估.

考虑到生产过程的实际情况, 设 $X_R(z)$, $X_L(z)$, $X_G(z)$, $X_C(z)$ 为宽平稳的高斯随机过程, 由式(3)得到

$$\begin{cases} -\frac{\partial u(z, t)}{\partial z} = (R(z) + W_R(z))i(z, t) + (L(z) + W_L(z))\frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \\ -\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = (G(z) + W_G(z))u(z, t) + (C(z) + W_C(z))\frac{\partial u(z, t)}{\partial t} \end{cases} \quad (5)$$

其中 $W_R(z)$, $W_L(z)$, $W_G(z)$, $W_C(z)$ 为宽平稳的高斯随机过程. 本文通过蒙特卡洛法对高斯偏差情况下传输线随机模型式(5)的瞬态响应进行仿真, 并与经典的未考虑工艺参数扰动的传输线模型式(1)的输出进行比较分析.

仿真流程中传输线样本的瞬态响应求解与经典的传输线模型式(1)的求解相同, 目前已有较多的数值方法, 本文采用电流电压间隔取点的精细积分算法^[5-7]. 对传输线进行空间离散, 将传输线分为 $2M-1$ 等份, 步长 $\Delta x = l/(2M-1)$, 设某一传输线样本在各个离散点的分布参数为 $\tilde{C}_i, \tilde{L}_i, \tilde{G}_i, \tilde{R}_i, i = 1, \dots, 2M$, 电流电压采用空间间隔取点并进行差分, 而保留对时间的解析形式, 结合边界条件, 于是得到关于各个离散点上电流电压关于时间的常微分方程组:

$$\frac{dX}{dt} = \tilde{H}X + \tilde{F} \quad (6)$$

其中 $X = (i_0(t), i_1(t), \dots, i_{M-1}(t), v_1(t), v_2(t), \dots, v_M(t))^T$

$$\tilde{H} = \begin{bmatrix} -\tilde{L}_1^{-1}\tilde{R}_1 & & 0 & - (1/\Delta x)\tilde{L}_1^{-1} & & 0 \\ & -\tilde{L}_3^{-1}R_3 & \ddots & (1/2\Delta x)\tilde{L}_3^{-1} & (1/2\Delta x)\tilde{L}_3^{-1} & \ddots \\ 0 & & & -\tilde{L}_{2M-1}^{-1}\tilde{R}_{2M-1} & 0 & \ddots & (1/2\Delta x)\tilde{L}_{2M-1}^{-1} & (1/2\Delta x)\tilde{L}_{2M-1}^{-1} \\ (1/2\Delta x)\tilde{C}_2^{-1} & (1/2\Delta x)\tilde{C}_2^{-1} & & 0 & -\tilde{C}_2^{-1}\tilde{C}_2 & & & 0 \\ & \ddots & \ddots & & & & -\tilde{C}_4^{-1}\tilde{C}_4 & \\ & & (1/2\Delta x)\tilde{C}_{2M-1}^{-1} & (1/2\Delta x)\tilde{L}_{2M-1}^{-1} & & \ddots & & \\ 0 & & & (1/\Delta x)\tilde{C}_{2M}^{-1} & 0 & & & -\tilde{C}_{2M}^{-1}\tilde{C}_{2M} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{F} = ((1/\Delta x)\tilde{L}^{-1}v_0(t), \dots, (1/\Delta x)\tilde{C}^{-1}i_m(t))^T$$

采用精细积分算法求解式(6)即可得到该传输线样本的瞬态响应。

4 传输线随机模型的正弦稳态分析

考虑输入信号为正弦激励情况,由式(1)可得到复数形式的传输线波动方程

$$\begin{aligned} U''(z) &= \Gamma^2 U(z) \\ I''(z) &= \Gamma^2 I(z) \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $U(z), I(z)$ 分别为电压复振幅与电流复振幅, $\Gamma = \sqrt{(R+j\omega L)(G+j\omega C)} = \alpha + j\beta$ 为传播系数。

目前工艺水平的发展使得集成电路已进入深亚微米阶段,此时互连线损耗已不能被忽略,但为讨论方便,在研究工作的第一步先作适当简化,暂不考虑互连线的损耗,此时

$$\Gamma = \sqrt{(j\omega L)(j\omega C)} = j\omega \sqrt{LC}$$

令 $U_0 = U(0), I_0 = I(0)$, 则式(7)的解析解为

$$\begin{cases} U(z) = a \exp(-\Gamma z) + b \exp(\Gamma z) \\ I(z) = \frac{a}{Z_0} \exp(-\Gamma z) - \frac{b}{Z_0} \exp(\Gamma z) \end{cases} \quad (8)$$

其中

$$Z_0 = \sqrt{\frac{j\omega L}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad a = \frac{U_0 + I_0 Z_0}{2}, \quad b = \frac{U_0 - I_0 Z_0}{2}$$

传输线上 z 处的瞬时表达式为

$$\begin{cases} u(z, t) = \text{Re}\{U(z) \exp(j\omega t)\} \\ i(z, t) = \text{Re}\{I(z) \exp(j\omega t)\} \end{cases} \quad (9)$$

下面考虑随机模型式(3)在正弦稳态输出的统计特性.由式(3)可得到传输线随机模型的波动方程

$$\begin{cases} U''(z) = \tilde{\Gamma}^2(z) U(z) = (\Gamma^2 + W(z)) U(z) \\ I''(z) = \tilde{\Gamma}^2(z) I(z) = (\Gamma^2 + W(z)) I(z) \end{cases} \quad (10)$$

这里 $\Gamma(z)$ 为传输线工艺参数的标称值得到的传播系数标称值, $W(z)$ 设为高斯白噪声(随机波动).注意到 $W(z) = dB(z)/dz$, 其中 $B(z)$ 为布朗运动,即 $W(z)$ 为布朗运动的形式函数^[8], 则式(10)转换为:

$$\begin{cases} U'(z) dz = \Gamma^2 U(z) dz + U(z) dB(z) \\ I'(z) dz = \Gamma^2 I(z) dz + I(z) dB(z) \end{cases} \quad (11)$$

为两个相互独立的复随机微分方程.

将 $U(z), I(z)$ 表示为:

$$\begin{cases} U(z) = f_1(z) + jg_1(z) \\ I(z) = f_2(z) + jg_2(z) \end{cases} \quad (12)$$

其中 $f_k(z), g_k(z), k=1, 2$ 为实值函数,代入式(11)得到一般

的随机微分方程形式:

$$\begin{cases} df'_k(z) = \Gamma^2 f_k(z) dz + f_k(z) dB(z) \\ dg'_k(z) = \Gamma^2 g_k(z) dz + g_k(z) dB(z) \end{cases}, \quad k=1, 2 \quad (13)$$

由式(8)和式(12)有

$$\begin{cases} u(z, t) = \text{Re}\{[f_1(z) + jg_1(z)] \cdot [\cos(\omega t) + j\sin(\omega t)]\} \\ \quad = f_1(z) \cos(\omega t) - g_1(z) \sin(\omega t) \\ i(z, t) = \text{Re}\{[f_2(z) + jg_2(z)] \cdot [\cos(\omega t) + j\sin(\omega t)]\} \\ \quad = f_2(z) \cos(\omega t) - g_2(z) \sin(\omega t) \end{cases} \quad (14)$$

化简后得到

$$\begin{cases} u(z, t) = A_1(z) \cos(\omega t + \varphi_1(z)) \\ i(z, t) = A_2(z) \cos(\omega t + \varphi_2(z)) \end{cases} \quad (15)$$

其中 $\begin{cases} A_k(z) = \sqrt{f_k^2(z) + g_k^2(z)} \text{ 为振幅} \\ \varphi_k(z) = \text{arctg}\left(\frac{g_k(z)}{f_k(z)}\right) \text{ 为相移} \end{cases}, \quad k=1, 2 \quad (16)$

因此如果知道了 $f_k(z), g_k(z)$ 的一阶矩和二阶矩,对于模型输出的振幅与相移的估计是很有帮助的.

令 $y_1(z) = f_k(z), y_2(z) = g_k(z)$, 则

$$\begin{cases} dy_1(z) = y_2(z) dz \\ dy_2(z) = \Gamma^2 y_1(z) dz + y_1(z) dB(z) \end{cases} \quad (17)$$

对于 SDOF(Single Degree Of Freedom) 系统

$$\begin{cases} dS_1(z) = S_2(z) dt \\ dS_2(z) = f(S_1(z), S_2(z)) dt + g(S_1(z)) dC_1 \\ \quad + S_2(z) (\exp(b_2 dC_2(z)) - 1) + b_3 dC_3(z) \end{cases} \quad (18)$$

有相应的伊藤公式^[9, 10]:

$$\begin{aligned} d\Phi = & \frac{\partial \Phi}{\partial S_1} S_2 dt + \frac{\partial \Phi}{\partial S_2} f(S_1, S_2) dt + \int_{Y_1} (\Phi(S_1, S_2 + g(S_1)y) \\ & - \Phi(S_1, S_2)) M_1(dt, dy) + \int_{Y_2} (\Phi(S_1, S_2 + \exp(b_2 y)) \\ & - \Phi(S_1, S_2)) M_2(dt, dy) + \int_{Y_3} (\Phi(S_1, S_2 + b_3 y) \\ & - \Phi(S_1, S_2)) M_3(dt, dy) \end{aligned} \quad (19)$$

式(18)中取 $b_2 = b_3 = 0, f(S_1(z), S_2(z)) = \Gamma^2 S_1(z), g(S_1(z)) = S_1(z)$, 式(19)中取 $\Phi = S_1^j S_2^k, 1 \leq j + k \leq 2$ 并对两端取均值^[11],再令 $S_1(z) = y_1(z), S_2(z) = y_2(z)$, 则得到关于 $y_1(z), y_2(z)$ 的一阶矩方程组式(20)及二阶矩方程组式(21):

$$\begin{cases} \frac{d}{dz} E(y_1(z)) = E(y_2(z)) \\ \frac{d}{dz} E(y_2(z)) = \Gamma^2 E(y_1(z)) \end{cases} \quad (20)$$

$$\begin{cases} \frac{d}{dz} E(y_1^2(z)) = 2E(y_1(z)y_2(z)) \\ \frac{d}{dz} E(y_1(z)y_2(z)) = E(y_2^2(z)) + \Gamma^2 E(y_1^2(z)) \\ \frac{d}{dz} E(y_2^2(z)) = 2\Gamma^2 E(y_1(z)y_2(z)) + \sigma^2 E(y_1^2(z)) \end{cases} \quad (21)$$

由式(20)可得

$$\frac{d^2 E(y_1(z))}{dz^2} = \Gamma^2 E(y_1(z)) \quad (22)$$

令 $y_0 = y_1(0) = E(y_1(0))$, $y'_0 = y'_1(0) = E(y'_1(0))$
 则式(22)有解析解

$$E(y_1(z)) = y_0 \cos(\omega \sqrt{LC}z) + \frac{y'_0}{\omega \sqrt{LC}} \sin(\omega \sqrt{LC}z) \quad (23)$$

而式(21)为一常微分方程组,其解析解不易求得,可采用四阶龙格-库塔法求解.

同理对于 $g_k(z)$ 也可进行同样的推导.于是由式(20)和(21)及初始边界条件可以得到 $f_k(z)$, $g_k(z)$ 的一阶矩和二阶矩,进而可以得到 $f_k(z)$, $g_k(z)$ 的均值和方差.

5 数值实验结果及分析

例 1 瞬态响应仿真与分析

图 3 所示为双导体非均匀传输线,其分布参数为

$$\begin{aligned} L(z) &= 387/[1+k(z)] \text{ nH/m}, & L_m(z) &= k(z)L(z), \\ C(z) &= 104.13/[1-k(z)] \text{ pF/m}, & C_m(z) &= -k(z)C(z), \\ k(z) &= 0.25/[1-0.6\sin(\pi z + \pi/4)], & R(z) &= 1.2 \Omega/\text{m}, \\ G(z) &= G_m(z) = 0 \end{aligned}$$

传输线长 0.08M. 激励信号为一单位脉冲,上升/下降均为 1.5ns,持续时间为 4.5ns.

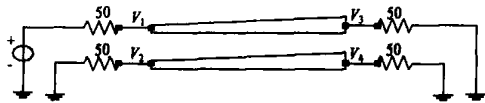


图 2 非均匀传输线

我们可以做出输出电压 V_1, V_2, V_3, V_4 的均值方差分别如图 3~6 所示.对电压输出做高斯随机过程的假设.对电压输出在任一时刻的正态性进行显著性水平 $\alpha = 0.01$ 的偏度-峰度(Jarque-Bera)检验,结果接受假设,因此可将传输线随机模型式(5)的电压输出近似视为为一高斯随机过程.于是可以用 3σ 值对输出的最差情况进行估计,如图 7 和图 8.

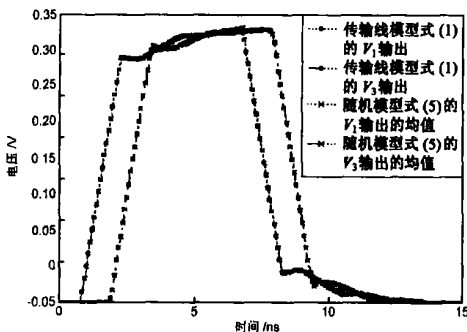


图 3 模型式(1)的 V_1 与 V_3 输出与随机模型式(5)输出的均值比较

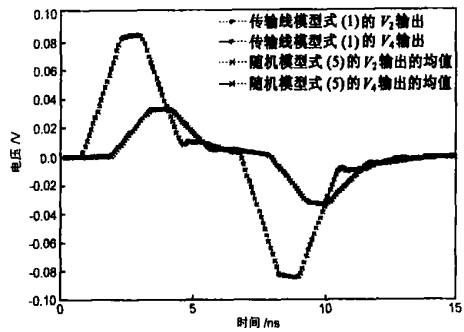


图 4 模型式(1)的 V_2 与 V_4 输出与随机模型式(5)输出的均值比较

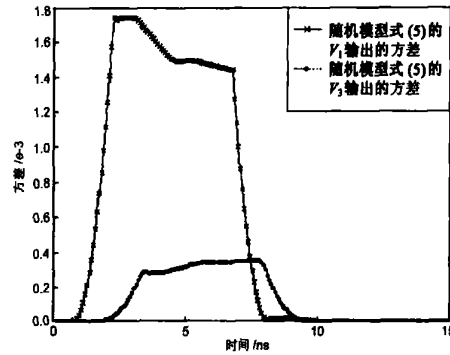


图 5 随机模型式(5) V_1 和 V_3 输出的方差

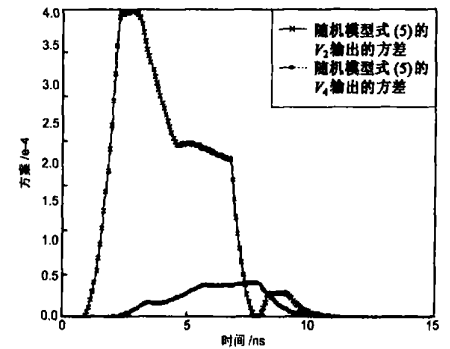


图 6 随机模型式(5) V_2 和 V_4 输出的方差

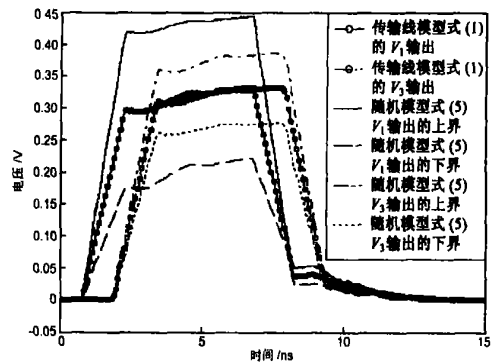


图 7 V_1 和 V_3 输出电压的最差情况估计

例 2 正弦激励情况分析

测试传输线取为 1m, 设根据传输线的标称数据计算的电感与电容参数分别为 $C = 1.0 \times 10^{-10} \text{ F/m}$, $L = 3.6 \times 10^{-7} \text{ H/m}$,

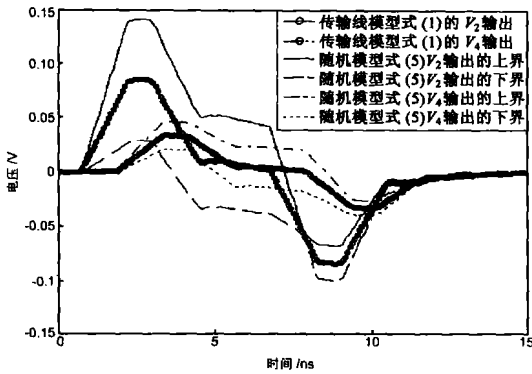


图 8 V_2 和 V_4 输出电压的最差情况估计

输入端电压电流分别为:

$$\begin{cases} u(0, t) = 5\cos(10^9 t) \\ i(0, t) = 2\cos(10^9 t) \end{cases}$$

将上述相关数据代入到式(8)及相关表达式得到输出

$$\begin{cases} u(z, t) = 5\cos(6z)\cos(10^9 t) + 120\sin(6z)\sin(10^9 t) \\ i(z, t) = 2\cos(6z)\cos(10^9 t) + \frac{1}{12}\sin(6z)\sin(10^9 t) \end{cases}$$

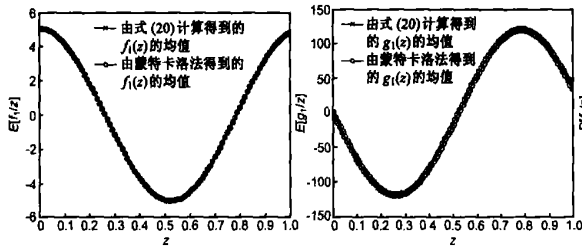


图 9 $E[f_1(z)]$ 的解析解及其统计值的比较

图 10 $E[g_1(z)]$ 的解析解及其统计值的比较

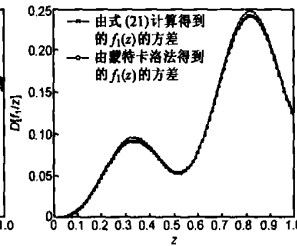


图 11 $D[f_1(z)]$ 的解析解及其统计值的比较

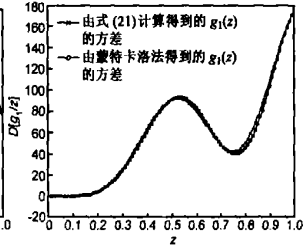


图 12 $D[g_1(z)]$ 的解析解及其统计值的比较

结果的比较如表 1, 实虚部直方图分别如图 13 和图 14.

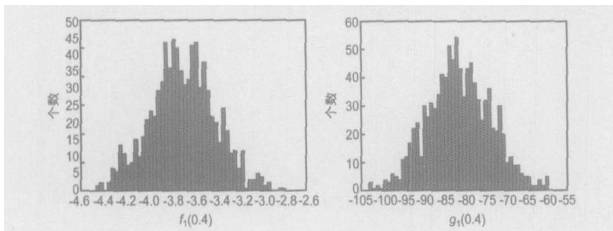


图 13 0.4m 处复电压输出实部的直方图

图 14 0.4m 处复电压输出虚部的直方图

表 1 0.4m 处电压复振幅实虚部的均值与方差计算结果

	式(20)计算得到的均值	蒙特卡洛法得到的均值	式(21)计算得到的方差	蒙特卡洛法得到的方差
实部	- 3.6870	- 3.6955	0.0860	0.0828
虚部	- 81.0556	- 81.4515	63.3221	60.3840

对 0.4m 处电压复振幅实部虚部的正态性进行显著性水平 $\alpha = 0.01$ 的偏度-峰度(Jarque Bera) 检验, 结果接受假设, 同理可用 3σ 值对输出电压振幅与相位扰动的上下界进行估计, 结果如表 2.

由实验结果可以看出传输线工艺参数的随机扰动对于传输线传输性能的影响是不可忽略的, 尤其是当传输线较长而信号频率很高的时候, 工艺参数的扰动可能造成整个电路系

考虑输入信号的初始条件, 由式(19)有

$$\begin{cases} U(0) = f_1(0) + jg_1(0) = 5 \\ I(0) = f_2(0) + jg_2(0) = 2 \end{cases}$$

式(7)中对 z 求导并代入相关数据有

$$\begin{cases} \dot{U}'(0) = f_1'(0) + jg_1'(0) = -720j \\ \dot{I}'(0) = f_2'(0) + jg_2'(0) = -0.5j \end{cases}$$

白噪声的均方差取为传输系数标称值的 3%.

样本取 1000, 网格密度为 100, 图 9 和图 10 分别为通过蒙特卡洛法得到的电压复振幅实部与虚部的样本均值与由式(20)计算得到的电压复振幅实部与虚部均值的比较实验结果, 其中式(20)的计算结果采用式(23)的解析解形式得到; 图 11 和图 12 分别为通过蒙特卡洛法得到的电压复振幅实部与虚部的样本方差与式(21)的数值解得到的电压复振幅实部与虚部的方差的比较实验结果, 其中常微分方程组式(21)的求解采用四阶龙格-库塔法. 可以看到由蒙特卡洛法得到的样本统计结果与由式(20)和(21)计算得到的结果基本一致.

考虑传输线 0.4m 处的电压输出, 分别由式(20)和(21)计算得到的电压复振幅实虚部的均值和方差与蒙特卡洛法计算

统的失效.

表 2 0.4m 处电压复振幅实虚部的最差情况估计

	实部	虚部	振幅	相位
理想输出	- 3.6870	- 81.0556	81.1394	1.5253
上界	- 2.8072	- 57.183	105.0275	1.5440
下界	- 4.5668	- 104.9282	57.2519	1.4911

6 结论

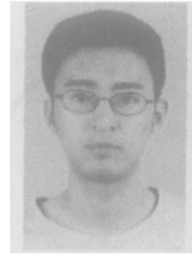
本文考虑生产过程中随机因素产生的对传输线方程中传播系数的影响, 建立了传输线的随机模型, 通过蒙特卡洛法对随机模型输出进行瞬态响应仿真与分析, 对于正弦激励情况推导了无耗传输线相应随机微分方程的解的一阶矩解析形式, 给出了二阶矩的数值计算方法, 该方法可以避免进行大量样本计算. 实验结果表明本文提出的传输线随机模型及其分析方法可以对传输线的性能进行有效的评估, 这对于集成电路的设计制造及优化有着重要的意义, 后面的工作将进一步对工艺参数扰动情况下的有耗及频变传输线的传输性能进行研究.

参考文献:

[1] 郝跃, 荆明娥, 马佩军. VLSI 集成电路参数成品率及优

- 化研究进展[J]. 电子学报, 2003, 31(12A): 1971- 1974.
- Hao Yue, Jing Ming e, Ma Peijun. State of the art on study of parametric yield and its optimization for VLSI[J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(12A): 1971- 1974. (in Chinese)
- [2] Liu Ying, Pileggi Lawrence T, Strojwas Andrzej J. Model order-reduction of RC (L) interconnect including variational analysis[A]. Design Automation Conf[C]. New Orleans, LA. 21-25 June 1999: 201- 206.
- [3] Wang JM, Ghanta P, Vrudhula S. Stochastic analysis of interconnect performance in the presence of process variations [A]. IEEE/ACM International Conference on Computer Aided Design 2004[C]. San Jose, CA USA. 2004: 880- 886.
- [4] Mei Kenneth K. Measured equation of invariance: A new concept in field computations[J]. IEEE Transactions, on Antennas and Propagation, 1994, 42(3): 320- 328.
- [5] 唐旻, 马西奎. 一种用于分析高速 VLSI 中频变互连线瞬态响应的精细积分算法[J]. 电子学报, 2004, 32(5): 788- 790.
- Tang Min, Ma Xikui. A precise integration algorithm for transient simulation of interconnects in high speed VLSI[J]. Acta Electronica Sinica, 2004, 32(5): 788- 790. (in Chinese)
- [6] 赵进全, 马西奎, 邱关源. 有损传输线时域响应分析的精细积分法[J]. 微电子学, 1997, 27(3): 180- 185.
- Zhao Jir quan, Ma Xi kui, Qiu Guar yuan. A precise time integration for analysis of time domain response to lossy transmission lines[J]. Microelectronics, 1997, 27(3): 180- 185. (in Chinese)
- [7] 钟万勰. 暂态历程的精细计算方法[J]. 计算结构力学及其应用, 1995, 12(1): 1- 6
- Zhong Wanxie. Precise computation for transient analysis[J]. Computational Structural Mechanics and Applications, 1995, 12(1): 1- 6.
- [8] 林元烈. 应用随机过程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- Lin Yuan lie. Applied stochastic process[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002. (in Chinese)
- [9] Gichman I I, Skorochod A W. Stochastische differentialgleichungen[M]. Akademie Verlag, Berlin, 1971.
- [10] Snyder D L. Random point processes[M]. Wiley, New York, 1975.
- [11] Carsten Proppe. Stochastic linearization of dynamical systems under parametric Poisson white noise excitation[J]. International Journal of Non Linear Mechanics, 2003, 38(4): 543- 555.

作者简介:



张 瑛 男, 1980 年 8 月出生于安徽省黄山市, 2002 年获南京理工大学计算机系学士学位, 现为南京理工大学计算机应用专业博士研究生, 主要进行电磁场数值计算与集成电路互连线问题的研究. E-mail: zhangyingjun@126.com.

Janet M. Wang 女, 1969 年 12 月出生于江苏省南京市, 分别于 1998 年和 2000 年获美国加州伯克利大学电气工程与计算机科学专业硕士与博士学位, 现为亚利桑那大学电子工程系副教授, 主要研究兴趣为 VLSI 的计算机辅助设计, 目前主要在做分布式互连问题、信号完整性以及加工扰动估计等方面的研究.